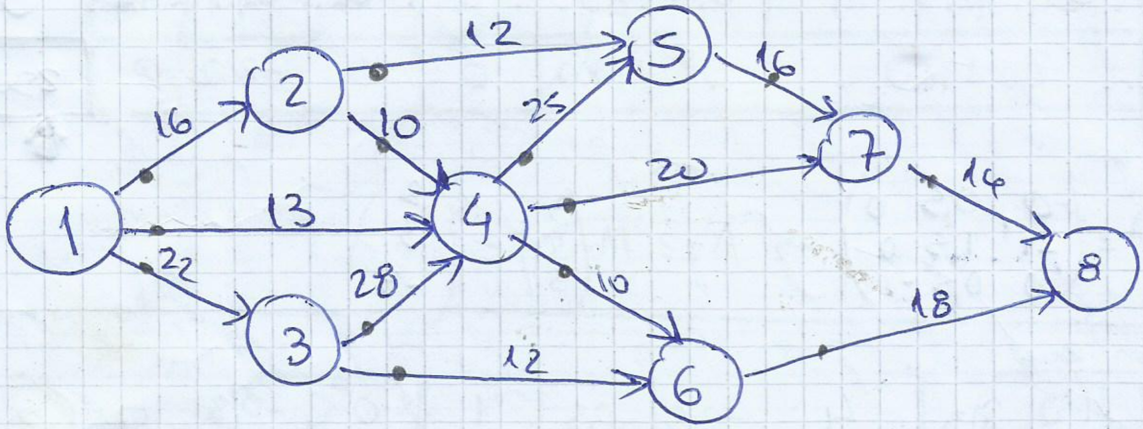
21-11-23

① Se adjunta una red de distribución de agua.
Los flechas representan los cañerías que unen los distintos nodos
Los valores sobre cada flecha representan el máximo caudal de agua en m^3/hora, que puede fluir a través de esas cañerías

Definir variables y su significado y formular un modelo de PL que permita maximizar el caudal que llegue al destino (8) a partir de origen (nodo 1)

Por otra parte los tramos 4-5 y 4-6 son incompatibles → no se podrán utilizar ambos sino uno solo de ellos o ninguno



X_{ij} = caudal de agua que circula desde el Nodo i al j — v. continua ≥ 0 — $i \in \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $j \in \{2,3,4,5,6,7,8\}$

I_{ij} = v. binaria → nodo i al j activado/desact.

$X_{12} \leq 16$ — N1) $X - X_{12} - X_{14} - X_{13} = 0$

$X_{13} \leq 22$ — N2) $X_{12} - X_{25} - X_{24} = 0$

$X_{14} \leq 13$ — N3) $X_{13} - X_{34} - X_{36} = 0$

$X_{24} \leq 10$ — N4) $X_{24} + X_{14} + X_{34} - X_{45} - X_{47} - X_{46} = 0$

$X_{25} \leq 12$ — N5) $X_{25} + X_{45} - X_{57} = 0$

$X_{34} \leq 28$ — N6) $X_{36} + X_{46} - X_{68} = 0$

$X_{36} \leq 12$ — N7) $X_{57} + X_{47} - X_{78} = 0$

$\cancel{X_{46} \leq 10}$ — N8) $X_{78} + X_{68} - X = 0$

$X_{47} \leq 20$ — $I_{45} + I_{46} \leq 1$

$\cancel{X_{45} \leq 25}$ — $X_{45} - 25 I_{45} \leq 0$

$X_{46} - 10 I_{46} \leq 0$

$X_{57} \leq 16$

$X_{68} \leq 18$ — $Z = X$ (MAX)

$X_{78} \leq 14$

IO	Parcial Único	21-11-23

② Una empresa fabrica tres productos A, B y C para los cuales tiene una restricción en la disponibilidad de recursos y una restricción de demanda mínima entre los tres productos, según la tabla, en la que también se consignan los beneficios unitarios de los tres productos

Producto	A	B	C	RHS
Demanda mínima (u)	1	1	1	200
Materia prima (kg)	5	1	2	500
Mano de obra (HH)	3	2	1	400
Benef. unitario ($/u)	2	8	3	

De la resolución del problema con el Método Simplex, con el objetivo de maximizar los beneficios, se ha llegado a la sig. tabla óptima

Ck	Xk	Bk	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
0	X_5	300	7/2	0	3/2	0	1	-1/2
0	X_4	0	1/2	0	-1/2	1	0	1/2
8	X_2	200	3/2	1	1/2	0	0	1/2
	Z = 1600		10	0	1	0	0	4
			y_4	y_5	y_6	y_1	y_2	y_3

Se pide

1) ¿Cuál es el beneficio mínimo que debería tener el producto A para que convenga producirlo?

$A \to x_1 \to A_1$ → tiene costo de oportunidad = $10
beneficio en el funcional = $2

$\boxed{\$12}$ = Beneficio mínimo A

2) ¿Cuál es el costo de oportunidad del producto B?

$B \to x_2$ → es variable básica → $\boxed{C_{op-B} = 0}$

3) ¿Qué variación experimentaría el sobrante de MP si se elabora una unid. de C?

MP → X_5 → fila X_5
Unidad de C : X_3 → col. A_3
→ 3/2 → si se elabora una unidad de C, se va a usar 1,5 de MP → $\boxed{X_5 = 298,5}$

baja 1,5 kg de sobrante de MP

M m
s − +
i + −

4) Calcular lím. inf y superior de C_2 dentro de los cuales no se altera la estructura de sol. óptima hallada

$C_2 \rightarrow X_2$: variable básica → para C_2 sup busco $a_{ij} < 0$ → $\nexists$

$$C_{2\,inf} = 8 - \left[\overset{6{,}66}{\frac{10}{3/2}} ; \overset{2}{\frac{1}{1/2}} ; \overset{8}{\frac{4}{1/2}}\right]_{min} = 8 - 2 = 6$$

$\boxed{C_{2\,sup} = +\infty}$

$\boxed{C_{2\,inf} = 6}$

5) ¿Cuál es el beneficio mínimo que debería tener un producto que participa en la restricción de producción mínima conjunta y se requiere 4 kg/u de MP y 2 HH/u para que convenga producirlo

$$\begin{cases} -X_1 - X_2 - X_3 - X_4 \leq -200 \\ 5X_1 + X_2 + 2X_3 + 4X_4 \leq 500 \\ 3X_1 + 2X_2 + X_3 + 2X_4 \leq 400 \end{cases} \rightarrow \overset{0}{-y_1} + \overset{0}{4y_2} + \overset{4}{3y_3} = 12$$

$\boxed{\text{El benef. mínimo de } C_2 = \$12}$

S/ tabla óptima: $y_1 = y_2 = 0 \quad y_3 = 4$

6) ¿Qué tipo de solución particular es la mostrada en la tabla óptima?

Es una solución degenerada pues hay un valor 0 en la columna B

En una solución degenerada la sol. factible tiene menos variables $\neq 0$ que el número de restricciones independientes

7) ¿Cuál sería el valor del funcional si la disponibilidad de la materia prima fuera de 600 k?

Mat Prima "original" = 500 } 100 kg más
" " "actual" = 600 }

Hay un sobrante de 300 kg de mat prima.
Ahora habría 400, pero no varía el funcional

$\boxed{Z = 1600}$

8) Pasar al dual y encontrar la nueva solución óptima dual si se agrega una restricción de disponibilidad de 550 kg de un material Q, tales que los coef tecnológicos son 3, 4 y 5 kg de Q por unidad resp.

Nueva restricc. : MQ) $3X_1 + 4X_2 + 5X_3 \leq 550$ $\qquad A'_7 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

tabla óptima ; $X_1 = X_3 = 0 \quad X_2 = 200 \rightarrow \underbrace{4 \times 200 = 800 > 550}_{\text{se necesita más que lo disponible}}$

Planteo del dual:

$$\begin{cases} -y_1 + 5y_2 + 3y_3 + 3y_7 \geq 2 \\ -y_1 + y_2 + 2y_3 + 4y_7 \geq 8 \\ -y_1 + 2y_2 + y_3 + 5y_7 \geq 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -y_1 + 5y_2 + 3y_3 + 3y_7 - y_4 + \mu_1 = 2 \\ -y_1 + y_2 + 2y_3 + 4y_7 - y_5 + \mu_2 = 8 \\ -y_1 + 2y_2 + y_3 + 5y_7 - y_6 + \mu_3 = 3 \end{cases}$$

$Z = -200y_1 + 500y_2 + 400y_3 + 550y_7$

todos negativos
→ cambiar signo de M

IO	Parcial Único	21-11-23
		2

$x_1 \to y_4$
$x_2 \to y_5$
$x_3 \to y_6$
$x_4 \to y_1$
$x_5 \to y_2$
$x_6 \to y_3$

		c_j	-200	500	400	0	0	0	550	
C_k	y_k	B_k	A'_1	A'_2	A'_3	A'_4	A'_5	A'_6	A'_7	
0	y_4	10	-0,5	-3,5	0	1	-1,5	0	3	10/3
0	y_6	1	0,5	-1,5	0	0	-0,5	1	-3	
400	y_3	4	-0,5	0,5	1	0	-0,5	0	2	4/2
$Z = 1600$			0^*	-300	0	0	-200	0	250	sale y_3
			x_4	x_5	x_6	x_1	x_2	x_3	entra y_7	

$x_1 \to y_4$
$x_3 \to y_6$
$x_6 \to y_3$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & -0,5 & 1 \\ 0 & -0,5 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{los } y \le 0]{\text{todos}} M' = \begin{pmatrix} -1 & 1,5 & 0 \\ 0 & 0,5 & -1 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A'_7 = \begin{pmatrix} -1 & 1,5 & 0 \\ 0 & 0,5 & -1 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

0	y_4	4	0,25	-4,25	-1,5	1	-0,75	0	0	sale y_4
0	y_6	7	-0,25	-0,75	1,5	0	-1,25	1	0	
550	y_7	2	-0,25	0,25	0,5	0	-0,25	0	1	
$Z = 1100$			62,5	-362,5	-125	0	-137,5	0	0	
			entra y_1							

-200	y_1	16	1	-17	-6	4	-3	0	0
0	y_6	11	0	-5	0	-1	-2	1	0
550	y_7	6	0	-4	-1	1	-1	0	1
$Z = 100$			0	700	650	-250	50	0	0

Polígono abierto
(todos los $a_{ij} \le 0$)

Notas: